

EJERCICIOS DE PROGRESIONES ARITMÉTICAS

1. Realiza la siguiente demostración

Sea la siguiente progresión aritmética (con diferencia d) :

$$\{a_i\}_{i \geq 1} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots\}$$

Demuestra que la suma de los siguientes términos :

$$S_{n,m} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_m$$

Sigue la siguiente fórmula :

$$S_{n,m} = (m - n + 1) \cdot \frac{a_n + a_m}{2}$$

Indicación : Puedes realizar una demostración parecida a la que hago en el vídeo cuando demuestro la fórmula de la suma de los k primeros términos. Si vas por aquí, te recuerdo que :

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k \cdot (k + 1)}{2}$$

Esto lo podéis demostrar vosotros. Es una progresión aritmética con término inicial 1 y diferencia 1.

Por otra parte, puedes reconsiderar el problema viendo el siguiente esquema. ¿Serías capaz de conseguirlo usando solo dos veces la fórmula de la suma de los k primeros términos? (más rápido, pero requiere ingenio) :

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n + a_{n+1} + \dots + a_{m-1} + a_m + a_{m+1} + \dots$$

2. Realiza el siguiente ejercicio

Una rana se encuentra a 400m de su amigo el sapo. Con cada salto que pega, avanza 34m.

- a) Modeliza la distancia entre la rana y el sapo usando una progresión aritmética $\{a_i\}_{i \geq 1}$ en la que cada término simboliza

esta distancia después de cada salto. Para ello, encuentra el primer término a_1 y la diferencia d .

- b) ¿Cuántos saltos debe pegar la rana para encontrarse con el sapo?
- c) ¿A qué distancia se encontrará del sapo al cabo de 25 saltos?

Supón que el sapo no se da cuenta de que su amiga la rana va a por él. En lugar de quedarse quieto a la espera de ésta, va pegando saltos a la vez que la rana, pero más cortos, de 23m.

- a) Modeliza la distancia entre la rana y el sapo usando una progresión aritmética $\{b_i\}_{i \geq 1}$ donde cada término simboliza esta distancia después de cada salto de la rana y el sapo. Para ello, encuentra el primer término b_1 y la diferencia d .
- b) ¿Cuántos saltos habrán pegado ambos hasta haberse encontrado?

3. Realiza el siguiente ejercicio

De las siguientes sucesiones, di cuales son progresiones aritméticas o no. De las que lo sean, encuentra su elemento en la posición 1234 y la suma de los 333 primeros términos.

$$\{a_i\}_{i \geq 1} = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$$

$$\{b_i\}_{i \geq 1} = \{23, 23, 23, 23, 23, \dots\}$$

$$\{c_i\}_{i \geq 1} = \left\{ \frac{13}{7}, \frac{34}{14}, 3, \frac{25}{7}, \frac{29}{14}, \dots \right\}$$

$$\{d_i\}_{i \geq 1} = \{-2, 4, -6, 8, -10, 12, -14, \dots\}$$

$$\{e_i\}_{i \geq 1} = \{12, 11.5, 11, 10.5, 10, \dots\}$$

Encuentra, sea o no una progresión aritmética, la suma de los 333 primeros términos de la cuarta sucesión.

Indicación : Fíjate en que la sucesión d en el fondo son dos progresiones aritméticas entrelazadas (primero un término de una, después un término de otra, etc...). ¿Se te ocurre cómo hacerlo?

4. Realiza el siguiente ejercicio

Volvamos a considerar los piratas del vídeo. Si robaran desde el barril 7 al barril 23, ¿cuántas monedas de oro se llevarían?