EJERCICIOS DE DERIVADAS DE EXPONENCIALES

1. **Realiza las siguientes demostraciones**

a) Demuestra que, sea f una función derivable cualquiera, la derivada de la función exponencial g definida por :

$$g(x) = e^{f(x)}$$

es la función :

$$g'(x) = f'(x)e^{f(x)}$$

Indicación : Usa la regla de la cadena y mira la tabla de derivadas.

b) Demuestra que, sea f una función derivable cualquiera, la derivada de la función exponencial g definida por :

$$g(x) = a^{f(x)}$$

es la función :

$$g'(x) = f'(x) \cdot a^{f(x)} \cdot \ln(a)$$

donde a es un número cualquiera.

Indicación : Usa la regla de la cadena y mira la tabla de derivadas.

c) Demuestra que la derivada de la función f, definida por :

$$f(x) = x^x$$

es la función :

$$f'^{(x)} = (\ln(x) + 1) \cdot x^x$$

Indicación : Como el logaritmo y la exponencial son inversas, sabes que $f(x) = e^{\ln(x^x)}$. Sigue modificando hasta que tengas algo que seas capaz de derivar.

d) Demuestra que, sean a y b funciones derivables cualquiera, la derivada de la función f, definida por :

$$f(x) = a(x)^{b(x)}$$

es la función :

$$f'^{(x)} = a(x)^{b(x)} \cdot (b'(x) \cdot \ln\big(a(x)\big) + b(x) \cdot \frac{a'(x)}{a(x)})$$

Indicación : Usa el mismo truco que en el apartado c). ¡Cuidado! : Para este ejercicio más difícil deberías mirarte también el video de derivadas de una función logarítmica.

2. Deriva las siguientes funciones

Indicación : Son funciones no muy sencillas. Podeis usar la regla de la cadena o las fórmulas que hemos demostrado en el primer ejercicio. Coged inspiración de los apartados anteriores.

$$a(x) = e^{x^2+2x}$$

$$b(x) = 4e^{\sqrt{x}}$$

$$c(x) = 4^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$d(x) = 8^{8\sin(x)}$$

$$e(x) = 7^{2\cos^2(x)}$$

$$f(x) = 4x^{\frac{1}{4}x}$$

$$g(x) = \sqrt{x}^{\sqrt{x}}$$

$$h(x) = \sin(x)^{\cos(x)}$$