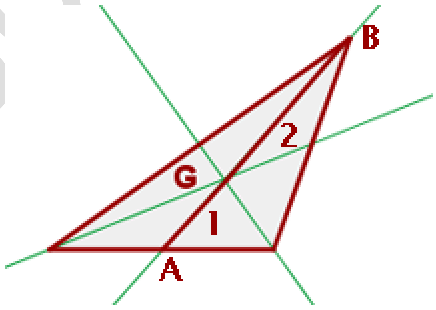
Soluciones del baricentro de un triángulo

El **baricentro** es el **punto de corte de las tres medianas**.

Las **medianas de un triángulo** son las **rectas** que unen el **punto medio** de un **lado** del triángulo con el **vértice opuesto**.

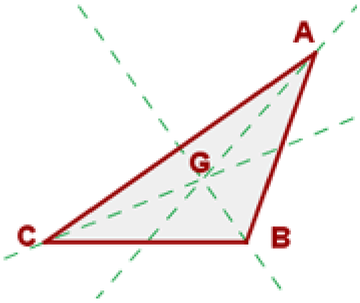
El **baricentro** se expresa con la letra **G**.



El **baricentro** divide a cada **mediana en dos segmentos**, el segmento que une el baricentro con el vértice mide el doble que el segmento que une baricentro con el punto medio del lado opuesto.

BG = 2GA

Coordenadas del baricentro



$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$,

Las **coordenadas del baricentro** son:

$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+\dots}{3}\right.$$

Ejemplo

Dados los vértices de un triángulo A(-3, -2), B(7, 1) y C(2, 7), hallar las **coordenadas del baricentro**.

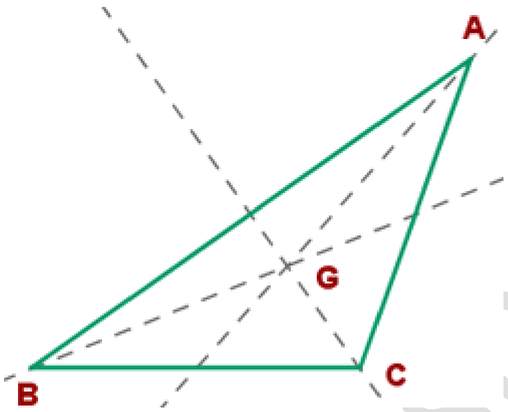
$$x_G = \frac{-3+7+2}{3} = 2$$

$$G(2, 2)$$

$$y_G = \frac{-2+1+7}{3} = 2$$

Coordenadas del baricentro de un triángulo en el espacio

Sean A (x_1, y_1, z_1), B (x_2, y_2, z_2) y C (x_3, y_3, z_3) los vértices de un triángulo, las**coordenadas del baricentro** son:



$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}, \frac{z_1+z_2+z_3}{3}\right)$$

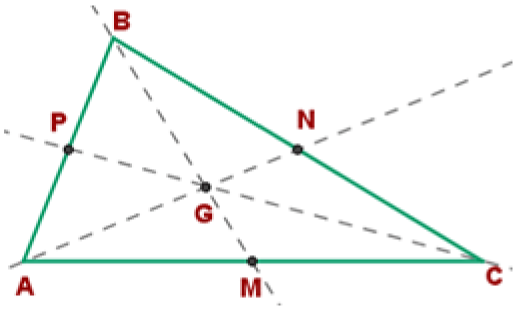
Ejemplos

Sean A = (2, 1, 0), B = (1, 1, 1) y C = (4, 1, −2) los vértices de un triángulo. Determinar las coordenadas del **baricentro**.

$$G\left(\frac{1+3-1}{3}, \frac{-1+2+4}{3}, \frac{3-2+1}{3}\right) \qquad G\left(1, \frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

Dado el triángulo de vértices A(2, 3, 4), B(1, −1, 5) y C(5, 5, 4), hallar:

1. Las ecuaciones de las **medianas del triángulo**.



$$P\left(\frac{2+1}{2},\frac{3-1}{2},\frac{4+5}{2}\right) \qquad P\left(\frac{3}{2},1,\frac{9}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{2+5}{2},\frac{3+5}{2},\frac{4+4}{2}\right) \qquad M\left(\frac{7}{2},4,4\right)$$

$$N\left(\frac{1+5}{2},\frac{-1+5}{2},\frac{5+4}{2}\right) \qquad N\left(3,2,\frac{9}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{NA}=\left(2-3,3-2,4-\frac{9}{2}\right)=\left(-1,1,-\frac{1}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{MB}=\left(1-\frac{7}{2},-1-4,5-4\right)=\left(-\frac{5}{2},-5,1\right)$$

$$\overrightarrow{PC}=\left(5-\frac{3}{2},5-1,4-\frac{9}{2}\right)=\left(\frac{7}{2},4,-\frac{1}{2}\right)$$

$$A(2,3,4) \qquad \overrightarrow{NA}=\left(-1,1,-\frac{1}{2}\right) \qquad r\equiv\begin{cases}x=2-\lambda\\ y=3+\lambda\\ z=4-\frac{1}{2}\lambda\end{cases}$$

$B(1,-1,5)$ $\qquad \overrightarrow{MB}=\left(-\frac{5}{2},-5,1\right)$ $\qquad s\equiv\begin{cases} x=1-\frac{5}{2}\lambda \\ y=-1-5\lambda \\ z=5+\lambda \end{cases}$

$C(5,5,4)$ $\qquad \overrightarrow{PC}=\left(\frac{7}{2},4,-\frac{1}{2}\right)$ $\qquad t\equiv\begin{cases} x=5+\frac{7}{2}\lambda \\ y=5+4\lambda \\ z=4-\frac{1}{2}\lambda \end{cases}$

2. Las **coordenadas** del **baricentro** del triángulo.

$$G\left(\frac{2+1+5}{3},\frac{3-1+5}{3},\frac{4+5+4}{3}\right) \qquad G\left(\frac{8}{3},\frac{7}{3},\frac{13}{3}\right)$$

3. Las **coordenadas** del **baricentro** del triángulo cuyos vértices son los puntos medios de los lados del triángulo anterior.

$$G'\left(\frac{\frac{3}{2}+\frac{7}{2}+3}{3},\frac{1+4+2}{3},\frac{\frac{9}{2}+4+\frac{9}{2}}{3}\right) \qquad G'\left(\frac{8}{3},\frac{7}{3},\frac{13}{3}\right)$$

Los **baricentros** de los dos triángulos **coinciden**.