

## Soluciones de progresiones geométricas

### Ejercicio 1 resuelto

El 2º término de una progresión geométrica es 6, y el 5º es 48.  
Escribir la progresión.

$$a_2 = 6; \quad a_5 = 48;$$

$$a_n = a_k \cdot r^{n-k}$$

$$48 = 6 r^{5-2}; \quad r^3 = 8; \quad r = 2.$$

$$a_1 = a_2 / r; \quad a_1 = 6/2 = 3$$

**3, 6, 12, 24, 48, ...**

### Ejercicio 2 resuelto

El 1º término de una progresión geométrica es 3, y el 8º es 384.  
Hallar la razón, y la suma y el producto de los 8 primeros términos.

$$a_1 = 3; \quad a_8 = 384;$$

$$r = \frac{a_n}{a_{n-1}} \quad S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} \quad P = \pm \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

$$384 = 3 \cdot r^{8-1}; \quad r^7 = 128; \quad r^7 = 2^7; \quad r = 2.$$

$$S_8 = (384 \cdot 2 - 3) / (2 - 1) = 765$$

$$P_8 = \sqrt{(3 \cdot 384)^8} = 1\,761\,205\,026\,816$$

### Ejercicio 3 resuelto

Interpolar tres mediosgeométricos entre 3 y 48.

$$a = 3; \quad b = 48;$$

$$r = \sqrt[m+1]{\frac{b}{a}}$$

$$r = \sqrt[3+1]{\frac{48}{3}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$3, \quad \mathbf{6, 12, 24}, \quad 48$$


---

### Ejercicio 4 resuelto

Calcular la suma de los primeros 5 términos de la progresión : 3, 6, 12, 24, 48, ...

$$S_5 = \frac{48 \cdot 2 - 3}{2 - 1} = \mathbf{93}$$


---

### Ejercicio 5 resuelto

Calcular la suma de los términos de la progresión geométrica decreciente ilimitada:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$$

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$


---

### Ejercicio 6 resuelto

Calcular el producto de los primeros 5 términos de la progresión:  
3, 6, 12, 24, 48, ...

$$P_5 = \sqrt{(3 \cdot 48)^5} = \sqrt{(3 \cdot 3 \cdot 2^4)^5} = \sqrt{3^{10} \cdot 2^{20}} = 3^5 \cdot 2^{10} = 248\,832$$


---

### Ejercicio 7 resuelto

Juan ha comprado 20 libros, por el 1º ha pagado 1€, por el 2º 2 €, por el 3º 4 €, por el 4º 8 € y así sucesivamente. Cuánto ha pagado por los libros.

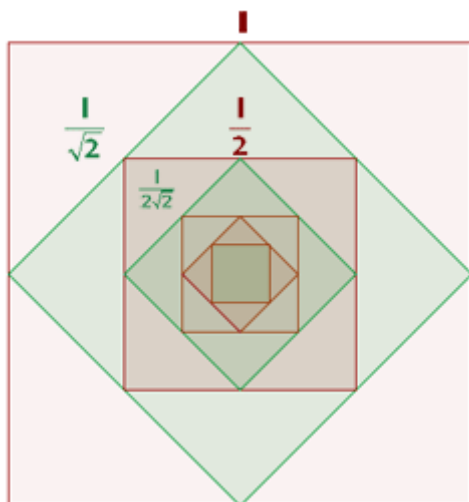
$$a_1 = 1 \quad r = 2; \quad n = 20; \quad S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

$$S = (1 \cdot 2^{20-1} \cdot 2 - 1)/(2 - 1) = \mathbf{1\,048\,575 \text{ €}}$$


---

### Ejercicio 8 resuelto

Uniendo los puntos medios de los lados de un cuadrado de lado  $l$ , se obtiene otro cuadrado, en el que volvemos a hacer la misma operación, y así se continúa indefinidamente. Calcular la suma de las áreas de los infinitos cuadrados.



$$1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \dots$$

$$1^2, \frac{1^2}{2}, \frac{1^2}{4}, \frac{1^2}{8}, \dots$$

$$S = \frac{1^2}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1^2}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 1^2$$


---

### Ejercicio 9 resuelto

Hallar la fracción generatriz de 0.18181818...

$$0.18181818\dots = 0.18 + 0.0018 + 0.000018 + \dots$$

Es una progresión geométrica decreciente e ilimitada.

$$a_1 = 0.18; \quad r = 0.01; \quad S = \frac{a_1}{1 - r}$$

$$S = 0.18 / (1 - 0.01) = \mathbf{2/11}$$


---

### Ejercicio 10 resuelto

Encontrar la fracción generatriz de 3.2777777...

$$3.2777777\dots = 3.2 + 0.07 + 0.007 + 0.0007 + \dots$$

Tenemos una progresión geométrica decreciente e ilimitada.

$$a_1 = 0.07 \quad r = 0.1;$$

$$3.2 + 0.07 / (1 - 0.1) = 32/10 + 7/90 = \mathbf{59/18}$$

unprofesor.com