

EJERCICIOS DE LA REGLA DE LA CADENA

1. Realiza las siguientes demostraciones

- a) Demuestra que, sea f una función derivable cualquiera, la derivada de la función racional g definida por :

$$g(x) = \sin(f(x))$$

es la función :

$$g'(x) = f'(x) \cdot \cos(f(x))$$

Indicación : Usad la regla de la cadena.

- b) Demuestra que, sea f una función derivable cualquiera y n un número cualquiera, la derivada de la función racional g definida por:

$$g(x) = (f(x))^n$$

es la función :

$$g'(x) = n(f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$$

Indicación : Usad la regla de la cadena.

- c) Demuestra que, sea f una función derivable cualquiera y n un número cualquiera, la derivada de la función racional g definida por:

$$g(x) = \arctg(f(x))$$

es la función :

$$g'(x) = \frac{f'(x)}{1 + (f(x))^2}$$

Indicación : Usad la regla de la cadena.

2. Deriva las siguientes funciones

Indicación : Para derivar estas funciones, podéis usar las fórmulas que habéis demostrado en el ejercicio 1, y si no es posible (o no queréis), siempre podéis usar la regla de la cadena inspirándoos en como habéis hecho el ejercicio 1.

$$a(x) = \sin(x^2)$$

$$b(x) = \operatorname{arctg}(x)^2$$

$$c(x) = \sin(\sin(x))$$

$$d(x) = \ln(\ln(\ln(x)))$$

$$e(x) = (x^3 + 3x + 7)^3$$

$$f(x) = \sin(\pi x)$$

$$g(x) = \ln\left(\frac{3}{x^8}\right)$$

$$h(x) = \ln(8^{\sin(x)})$$

$$i(x) = \sqrt{x^2 + x}$$

$$j(x) = \frac{1}{12}e^{24x}$$

$$k(x) = 74^{74x}$$